VEDLEGG

Vedlegg 16a Skjema

Skjemaene som følger er eksempler som kan benyttes ved analyse av smak i produkter. De samme skjemaene kan også brukes ved de aller fleste typer av produkter, eventuelt med en endret instruksjon til dommerne om de skal lukte, se, føle eller høre på prøven avhengig av egenskapen som skal bedømmes.

Eksempler på koding av prøver er delvis skrevet inn i noen av skjemaene.

IDENTIFIKASJON AV GRUNNSMAKENE

Navn: ______________ Dato:____________

Dommer nr.: ____________

Du får først 6 kjente prøver:

Vann, søtt, surt, salt, bittert og umami

Skyll munnen med vann før du smaker på første prøve og deretter mellom hver prøve.

Smak så på de navngitte prøvene og forsøk og huske hvordan de smaker.

Skyll munnen før du smaker på neste prøve! Spytt ut både prøven og skyllevannet, så blir du ikke så fort trøtt.

Sett så disse prøvene til side og gå ikke tilbake for å smake på dem igjen.

Deretter får du kodede prøver. Smak på disse prøvene, én om gangen i den rekkefølgen de står i tabellen under. Angi for hver prøve om de smaker vann, søtt, surt, salt, bittert eller umami. Når du er ferdig med én prøve, skyller du munnen og går videre til neste.

OBS! Du får ikke gå tilbake til foregående prøve for å smake på den, og du får ikke forandre ditt svar

Prøvene er servert i tilfeldig rekkefølge, så det lønner seg ikke å forsøke å finne noe system.

Kode	Smak	Kode	Smak	Kode	Smak

Anmerkninger:

TRIANGELTEST

Bedømmelse av .... Dato...........................

Prøve A = ... Kode 357 og 453

Prøve B = ... Kode 831 og 107

Dommer	Serverings-ordning	Koder	Rett/feil
1	A-A-B	357-453-831	
2	B-A-B	831-357-107	
3	B-B-A	831-107-357	
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
	N:..................... Antall rett:........... % rett:................ Signifikans.:.................		

TRIANGELTEST

Navn: ______________ Dato:____________

Dommer nr.: ____________

Prøveomgang nr:

Skyll munnen med vann før du begynner smakingen.

Du får tre prøver hvorav to er like. Se, lukt og smak på dem, fra venstre til høyre. Skyll munnen med vann mellom hver smaking. Du skal ikke gå tilbake til forrige prøve for en ny smaking. Marker med et kryss for den prøven du mener er ulik de to andre. Dersom du ikke merker forskjell, må du gjette.

Prøvekode	357	107	831
Hvilken prøve er ulik de to andre?			

PARTEST

Bedømmelse av .... Dato..........................

Prøve A = ... Kode 556

Prøve B = ... Kode 390

Dommer	Serverings rekkefølge	Koder	Svar	Kommentarer
1	A-B	556-390		
2	B-A	390-556		
3	A-B	556-390		
4	B-A	390-556		
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
	N:.................... Antall A:........... Antall B:................ Signifikans.:.................			

PARTEST

Dommer nr.: ____________

Dato:____________

Du får servert to prøver som skal bedømmes mot hverandre.

Skyll munnen med vann før du begynner å smake og mellom hver smaking. Smak på prøvene (dersom det er smak som skal registreres).

Dersom du ikke merker forskjell, må du gjette.

Kryss av for den prøven du oppfatter som.……… *(søtest)*

KODE 556	KODE 390
☐	☐

DUO-TRIO-TEST (balansert referansemetode)

Bedømmelse av .... Dato..........................

Prøve A = ... Kode 556

Prøve B = ... Kode 390

Dommer	Serverings rekkefølge	Koder	Svar	Kommentarer
1	AR-A-B	556-390		
2	AR-B-A	390-556		
3	BR-A-B	556-390		
4	BR-B-A	390-556		
5	AR-A-B	556-390		
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
	N:..................... Antall A:........... Antall B:................ Signifikans.:.................			

DUO-TRIO-TEST

Dommer nr.: ____________

Dato:____________

Skyll munnen med vann før du begynner smakingen.

Du får tre prøver hvorav to er like. Den første prøven er merket REF og de to andre er merket med kodenummer. Se, lukt og smak på dem, først på referansen (REF) og deretter på de to andre, fra venstre til høyre. Skyll munnen med vann mellom hver smaking. Du skal ikke gå tilbake til forrige prøve for en ny smaking.

Dersom du ikke merker forskjell, må du gjette.

Kryss av for den prøven du oppfatter som ulik referansen.

KODE 390	KODE 556
☐	☐

Hva er det som utgjør forskjellen mellom denne prøven og referansen?

Den ulike prøven er: ....
....
....
....

RANGORDNINGSTEST

Bedømmelse av .... Dato...........................

Prøve	Koder for gjentak		
	1	2	3
A: 10%	448	312	885
B: 15%	357	400	724
C: 20%	118	567	273
D: 25%	569	021	356
E: 30%	333	894	270

1. Gjentak

Dommer	Serverings rekkefølge	Koder
1	C-B-A-E-D	118-357-448-333-569
2	E-A-D-B-C	333-448-569-357-118
3	D-B-C-A-E	....
4	C-E-B-D-A	....
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

RANGORDNINGSTEST

Navn: ______________ Dato:____________

Dommer nr.: ____________

Ranger prøvene etter økende grad av.......................*(søthet)*

Smak på prøvene fra venstre mot høyre, deretter kan du smake flere ganger på prøvene.

Ordning	1 Minst	2	3	4	5 Mest
Kode					

Kommentarer:

RANGORDNINGSTEST – RESULTATER

Dommer	Produkt					Sum rangordning for hver dommer
	1-A	2-B	3-C	4-D	5-E	
1	2	1	3	5	4	
2	1	3	2	4	5	
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
Sum rang						

KVALITETSKONTROLLTEST

BEDØMMELSE AV OLJE

Prøve nr:.................

Navn: .... Dato:.......................

Bedøm prøven og angi eventuelle sensoriske «feil». Sett kryss i den/de rutene som angir hva som er feil ved prøven (eks.: et kryss ved mindre klar, betyr at du mener denne prøven har mindre klar farge enn ønsket. Et kryss ved for lite syrlig betyr at denne prøven er mindre syrlig enn ønsket i henhold til spesifikasjonen).

Sett deretter ring rundt tallet som angir din totale kvalitetsvurdering av prøvens utseende, lukt, smak og konsistens.

9-7 poeng = akseptabel kvalitet (9 poeng = «riktig/perfekt» kvalitet),
6-4 poeng = vurderes for "andresortering"
3-1 poeng = uakseptabel kvalitet.

Utseende	Lukt	Smak	Konsistens
☐ mindre* klar	☐ mindre bitter	☐ mindre bitter	☐ mindre tykk
☐ mindre gul	☐ mer bitter	☐ mer bitter	☐ mer tykk
☐ mer gul	☐ mer harsk	☐ mer harsk	☐ mindre jevn
	☐ mindre syrlig	☐ mindre syrlig	☐ mer jevn
	☐ mer syrlig	☐ mer syrlig	
	☐ mindre metall	☐ mindre metall	
	☐ mer metall	☐ mer metall	

*Mindre og mer av en egenskap bedømmes i forhold til spesifikasjonen (referanse).

UTSEENDE

1	2	3	4	5	6	7	8	9
maks ulik referansen								lik referansen

LUKT

1	2	3	4	5	6	7	8	9
maks ulik referansen								lik referansen

SMAK

1	2	3	4	5	6	7	8	9
maks ulik referansen								lik referansen

KONSISTENS

1	2	3	4	5	6	7	8	9
maks ulik referansen								lik referansen

Prinsippet ved dette skjemaet kan nyttes ved Just-About-Right og beskrivende- og kvalitetskontroll-metode

BEDØMMELSE AV OLJE

Dommer: ___________ Dato:___________

Kode: ___________

Bedøm prøvene i forhold til referansen.
-3 = mye mindre enn referansen
R = som referansen
+3 = mye mer enn referansen

LUKT

Syrlig 1

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

Fisk 2

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

Harsk 3

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

SMAK

Syrlig 4

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

Metall 5

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

Fisk 6

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

Harsk 7

-3 -2 -1 R +1 +2 +3

BEDØMMELSE AV LEVERPOSTEI

Egenskapsforklaringer

Hvithet	Farge bedømt på overflaten av et ferskt snitt etter NCS-systemet Ingen intensitet = ingen hvithet, prøven har svarttone eller max kulørt Tydelig intensitet = hvit
Fargetone	Farge bedømt på ferskt snitt etter NCS-systemet «ingen» intensitet = gulaktig = gul Y50 R «tydelig» intensitet = rødaktig = gul Y70R
Krydderlukt	Lukt av krydder og urter, for eksempel pepper, muskat Ingen intensitet = ingen krydderlukt Tydelig krydderlukt = tydelig lukt av krydder
Saltsmak	Relatert til grunnsmaken salt (NaCl) Ingen saltsmak = ingen smak av salt Tydelig saltsmak = tydelig smak av salt
Leversmak	Smak av svin /storfelever Ingen leversmak = ingen smak av lever Tydelig leversmak = tydelig smak av lever
Fethet	Fornemmelse av fett i munnen Ingen fethet = ingen fornemmelse av fett i munnen Tydelig fethet = tydelig fornemmelse av fett i munnen

BESKRIVENDE TEST

BEDØMMELSE AV LEVERPOSTEI

Dommer: ___________ Dato:___________

Kode: ___________

Hvithet	1	Ingen	tydelig
Fargetone	2	Gulaktig	Rødaktig
Krydderlukt	3	Ingen	tydelig
Saltsmak	4	Ingen	tydelig
Leversmak	5	Ingen	tydelig
Fethet	6	Ingen	tydelig

Vedlegg 16b Statistiske tabeller

Til utregning av verdiene i de følgende tabeller er benyttet SYSTAT for DOS Version 6.0 fra SYSTAT Software, Inc., 1735 Tehnology Dr., Ste. 430, San Jose, CA 95110, USA. Følgende funksjoner ble benyttet: For normalfordelinga: funksjonene ZCF og ZIF, for χ^2-fordelinga XIF, for t-fordelinga TIF, for F-fordelinga FIF. (Nyere versjoner av programmet er tilgjengelige)

Tabell 1 – Binomisk fordeling

Minste antall korrekte identifikasjoner som kreves for å forkaste H_0: Prøvene er like. N = Antall «forsøk» (vanligvis: antall dommere eller forbrukere)

P1: Partest (ensidig) på nivå 0,10.

P2: Partest (tosidig) på nivå 0,10 eller ensidig på nivå 0,05.

P3: Partest (tosidig) på nivå 0,05 eller ensidig p nivå 0,025.

T1: Triangeltest på nivå 0,10.

T2: Triangeltest på nivå 0,05.

For Duo-trio-test benyttes tabellen for ensidig partest.

Tabell 1 Binomisk fordeling

N	P1	P2	P3	T1	T2
5	5	5		4	4
6	6	6	6	5	5
7	6	7	7	5	5
8	7	7	8	5	6
9	7	8	8	6	6
10	8	9	9	6	7
11	9	9	10	7	7
12	9	10	10	7	8
13	10	10	11	8	8
14	10	11	12	8	9
15	11	12	12	8	9
16	12	12	13	9	9
17	12	13	13	9	10
18	13	13	14	10	10
19	13	14	15	10	11
20	14	15	15	10	11
21	14	15	16	11	12
22	15	16	17	11	12
23	16	16	17	12	12
24	16	17	18	12	13
25	17	18	18	12	13
30	20	20	21	14	15
35	22	23	24	16	17
40	25	26	27	18	19
45	28	29	30	20	21
50	31	32	33	22	23
60	36	37	39	26	27
70	41	43	44	29	31
80	47	48	50	33	35
90	52	54	55	37	38
100	57	59	61	40	42
110	63	65	66	44	46
120	68	70	72	48	50
130	73	75	77	51	53
140	79	81	83	55	57
150	84	86	88	58	61

Tabell 2: Studentisert variasjonsbredde (Studentized Range) for uendelig mange frihetsgrader og 3 nivåer av α. Antall prøver som sammenliknes er k.

K	$\alpha = 0{,}01$	$\alpha = 0{,}05$	$\alpha = 0{,}10$
3	4,120	3,315	2,902
4	4,403	3,633	3,240
5	4,603	3,858	3,478
6	4,757	4,030	3,661
7	4,882	4,170	3,808
8	4,987	4,286	3,931
9	5,078	4,387	4,037
10	5,157	4,474	4,129
11	5,227	4,552	4,211
12	5,290	4,622	4,285
13	5,348	4,685	4,351
14	5,400	4,743	4,412
15	5,448	4,796	4,468
16	5,493	4,845	4,519
17	5,535	4,891	4,568
18	5,574	4,934	4,612
19	5,611	4,974	4,654
20	5,645	5,012	4,694

Tabell 3: Kji-kvadrat-fordelinga for 3 nivåer av α. I forbindelse med Friedman's test er antall frihetsgrader (Fr.gr. i tabellen), antall prøver (eller sorter) minus 1.

Eksempel: Har vi 5 sorter, må vi inn i tabellen for Fr.gr. = 4.

Fr.gr.	$\alpha = 0{,}10$	$\alpha = 0{,}05$	$\alpha = 0{,}01$
1	2,7055	3,8415	6,6349
2	4,6052	5,9915	9,2103
3	6,2514	7,8147	11,3449
4	7,7794	9,4877	13,2767
5	9,2364	11,0705	15,0863
6	10,6446	12,5916	16,8119
7	12,0170	14,0671	18,4753
8	13,3616	15,5073	20,0902
9	14,6837	16,9190	21,6660
10	15,9872	18,3070	23,2093
11	17,2750	19,6751	24,7250
12	18,5493	21,0261	26,2170
13	19,8119	22,3620	27,6883
14	21,0641	23,6848	29,1412
15	22,3071	24,9958	30,5779
16	23,5418	26,2962	31,9999
17	24,7690	27,5871	33,4087
18	25,9894	28,8693	34,8053
19	27,2036	30,1435	36,1909
20	28,4120	31,4104	37,5662

Vedlegg16c Enkel sannsynlighetsregning

Lesere som enten er fortrolige med elementær sannsynlighetsregning, eller er villige til å akseptere utsagn om sannsynligheter som blir framsatt seinere i kapitlet, kan med god samvittighet hoppe over dette delkapitlet.

I sin enkleste form er sannsynlighet definert som antall gunstige tilfeller dividert med antall mulige tilfeller:

$$\text{Sannsynlighet} = \frac{\text{Antall gunstige tilfeller}}{\text{Antall mulige tilfeller}}$$

Dette er vanlig å demonstrere med eksempler fra myntkast, terningspill og kortspill, siden dette er begreper de fleste har lett for å forholde seg til. Denne tradisjonen er det ingen grunn til å gi slipp på, og vi bruker terningkast i det etterfølgende. Hva er sannsynligheten for å få 4 øyne i et kast med én terning? Hvis vi antar at terningen er en ordinær, 6-sidet, helt balansert terning, finnes det i utgangspunktet 6 mulige utfall; «1», «2», «3», «4», «5», «6». Bare ett av disse er gunstige når det gjelder å få 4 øyne, nemlig «4». Sannsynligheten for å få 4 øyne i et kast med en terning er derfor 1/6. Sannsynligheten for «1» er også 1/6, det samme er sannsynligheten for «2», «3», osv.

Det er vanlig at vi snakker om begivenheter i slike sammenhenger, vel vitende om at dette ikke er helt i tråd med bruken av ordet i dagligtale. I vår sammenheng er en begivenhet rett og slett noe som skjer, for eksempel at vi får «Kron» i et myntkast, eller at 154 av 197 forbrukere synes at suppe A er bedre enn suppe B, altså helt blottet for den betydningen av noe høytidelig som vi ofte forbinder ordet med i dagligtalen.

Beklageligvis er det sjelden vi får så enkle sannsynligheter som i terningeksemplet over å beregne. For å beregne sammensatte sannsynligheter trenger vi noen regneregler til. En av dem er enkel:

Sannsynligheten for at to uavhengige begivenheter inntreffer, er lik produktet av sannsynlighetene for de to enkeltbegivenhetene.

At det ikke er noen forbindelse mellom en terning og en kortstokk vil de fleste kunne akseptere. Sannsynligheten for at vi skal få «2» i et kast med en terning og at vi skal trekke en spar fra en kortstokk kan derfor beregnes som produktet av de to enkeltbegivenhetene. Den første sannsynligheten er 1/6, og siden det i en vanlig kortstokk finnes 52 kort hvorav 13 er spar, er sannsynligheten for den siste begivenheten lik 13/52 = 1/4. Den sammensatte sannsynligheten blir derfor 1/6 x 1/4 = 1/24 = 0,0417.

For å forenkle notasjonen, har man introdusert en sannsynlighetsfunksjon P (noen lærebøker opererer med Pr (engelsk: Probability) i stedet for P): P(K) kan f.eks. bety Sannsynligheten for å få «kron» i et kast med en mynt. Regelen om at sannsynligheten for en begivenhet er lik 1 minus sannsynligheten for den omvendte begivenheten, kan symbolsk skrives slik:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

der $\bar{A}$ betyr den «omvendte» begivenheten av A, eller i sannsynlighetsteoretisk terminologi: *komplementet til A*. I terningeksemplet vil summen av sannsynlighetene for alle mulighetene er lik 1:
1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1.
Det betyr for eksempel at sannsynligheten for å få «2», «3», «4», «5» eller «6» vil være 1 mindre enn sannsynligheten for å få «1», eller i mer stringent notasjon:

$$P(\text{"2"} \cup \text{"3"} \cup \text{"4"} \cup \text{"5"} \cup \text{"6"}) = 1 - P(\text{"1"}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 0{,}8333$$

En annen viktig regneregel sier at sannsynligheten for at enten A skal inntreffe, eller B skal inntreffe, eller begge skal inntreffe, er lik sannsynligheten for at A skal inntreffe pluss sannsynligheten for at B skal inntreffe minus sannsynligheten for at begge skal inntreffe samtidig. Med symboler blir dette:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

der «∪» leses «union» og «∩» leses «snitt». Union og snitt har omtrent samme funksjon innen mengdelære som summasjon og multiplikasjon innen aritmetikk. Regneregler som den over lar seg relativt enkelt illustrere ved hjelp av Venn-diagrammer, se figur 1. I figur 1b ser vi hvorfor vi må trekke fra $P(A \cap B)$ («Snittet mellom A og B» i mengdelæreterminologi) i formelen ovenfor: hvis vi tar med alt som er i A og deretter alt som er i B, så får vi med oss snittet mellom A og B 2 ganger. Følgelig må vi trekke fra dette en gang.

Sannsynligheten for at vi skal trekke en spar eller en konge fra en kortstokk, kan skrives slik:

$$P(«Spar» \cup «Konge») = P(«Spar») + P(«Konge») - P(«Spar» \cap «Konge»)$$

$$= \frac{13}{53} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = 0{,}3077$$

Regelen om sannsynligheten for to uavhengige begivenheter som det ble referert til tidligere i avsnittet, lar seg symbolsk uttrykke slik:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B).$$

Et klassisk eksempel som benytter flere av prinsippene beskrevet over, er det såkalte fødselsdagsparadokset: «hvor mange mennesker må vi ha samlet for at sannsynligheten for at minst 2 stykker har samme fødselsdag skal være minst ½?» Mange vil tippe at det svaret må være i nærheten av 365/2 = 182,5 (et typisk svar i system-1-tenkning i terminologien til Daniel Kahneman (2011)). For å finne svare etter «rett-fram-metoden», må vi først bestemme oss for hvor mange personer vi skal beregne sannsynligheten for, for eksempel 100. Så må vi beregne sannsynligheten for at 2 har samme fødselsdag, men også ta med sannsynligheten for at 3, 4, 5, .. har samme fødselsdag, eller at 2 deler en fødselsdag mens 2 andre deler en annen, og så videre nesten i det uendelige, og så sjekke om dette blir over eller under ½. Er denne sannsynligheten over ½ (hvilket den er), prøver vi oss med 99 personer og går nedover, helt til vi finner det minste antall personer etter mange timers regning.

I stedet snur vi spørsmålet på hodet, og spør: «hvor mange personer må vi ha samlet for at sannsynligheten for at ingen av dem har felles fødselsdag, skal være minst ½?». Et par forenklinger må riktig nok gjøres: at alle fødselsdager i året er like sannsynlige, at det ikke eksisterer skuddår, og at vi ikke på forhånd vet at det finnes tvillinger (eller flerlinger) i utvalget av personer. Ser vi på de to første personene, så kan den første ha hvilken som helst av årets 365 dager som fødselsdag, og den neste alle uten den dagen som den første har. Sannsynligheten for at ingen av de to har samme fødselsdag, er da:

$$1 - \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} = 1 - \frac{364}{365} = \frac{1}{365} = 0{,}0027$$

som er langt under ½. Vi prøver den 3. personen: vedkommende kan ikke ha felles fødselsdag med noen av de to første, altså:

$$1 - \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} = 1 - \frac{363 \times 364}{365 \times 365} = 1 - \frac{132132}{133225} = 0{,}0082$$

Og slik fortsetter vi, til den 22. personen:

$$1 - \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \dots \times \frac{344}{365} = 0{,}4757$$

og den 23.:

$$1 - \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \dots \times \frac{344}{365} \times \frac{343}{365} = 0{,}5073$$

Det paradoksale svaret er altså at det bare trengs en gruppe på 23 personer samlet for at sannsynligheten er større enn ½ for at minst 2 skal ha samme fødselsdag!

For å beregne gunstige eller mulige tilfeller i litt mer kompliserte situasjoner, trenger vi et par hjelpemidler til. Ett av disse er å beregne hvor mange måter kan vi velge ut m elementer blant n elementer på. Svaret på det er gitt ved hjelp av den binomiske koeffisient «n over m», som skrives:

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

Her betyr n! (uttales «n fakultet») produktet av de n første tallene, slik at: n! = 1 x 2 x 3 x.....x n. Eksempelvis blir 5! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 = 120.

Hvis vi nå vil beregne hvor mange måter vi kan velge ut 2 elementer blant 5 på, får vi ved innsetting i formelen:

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1\times2\times3\times4\times5}{(1\times2)\times(1\times2\times3)} = \frac{4\times5}{1\times2} = 10$$

Dette resultatet kan vi bekrefte ved å sette opp bokstavene a b c d e på et papir, og så skrive ned alle mulige måter å velge ut 2 bokstaver på. Det blir: ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de, tilsammen 10 måter.

Å velge ut 0 elementer fra en gruppe på m, kan gjøres på 1 måte, noe som ved første øyekast kan virke litt rart. Men hvis man skal gjøre beregninger selv, er det altså viktig å være klar over at

$$\binom{m}{0} = 1$$

Den binomiske koeffisienten benyttes i den binomiske fordelinga: denne fordelinga forteller oss hva sannsynligheten er for at det i løpet av n «forsøk» (f.eks. 10 kast med en mynt) skal være x forekomster av en viss begivenhet (f.eks. 8 «Kron») når det er en sannsynlighet på p (½ i eksemplet) for at begivenheten skal skje i løpet av et gitt antall forsøk. Med symboler blir dette:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

eller i det konkrete eksemplet:

$$P(X = 8) = \binom{10}{8} \tfrac{1}{2}^8 (1-\tfrac{1}{2})^{10-8} = \frac{9\times10}{1\times2} (\tfrac{1}{2})^{10} = 0.044$$

I praksis vil vi som regel ha behov for enten å beregne den kumulative sannsynligheten (sannsynligheten for at X er mindre enn eller lik en viss verdi), eller at X er større enn en viss verdi. Den kumulative sannsynligheten er gitt ved:

$$P(X \leq x) = \sum_{i=0}^{x} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Når vi snakker om den binomiske fordelinga, pleier vi å erstatte P(X≤x) med B(x;n,p), altså:

$$B(x;n,p) = \sum_{i=0}^{x} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Hvis vi vil beregne den omvendte sannsynligheten, må vi passe på at det omvendte av «mindre enn eller lik x» ikke er det samme som «større enn eller lik x», men «større enn eller lik x + 1». Da får vi i henhold til den generelle regelen P(A) = P($\bar{A}$):

$$B(x;n,p) = 1 - \sum_{i=x+1}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

I stedet for å beregne sannsynligheten for at blant 100 forbrukere så er det 35 eller flere som foretrekker suppe A framfor suppe B, så beregner vi altså heller sannsynligheten for at færre enn 35 (det vil si 34 eller færre) foretrekker A, og så trekker dette fra 1:

$$\sum_{i=35}^{100} \binom{100}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^i (1-\frac{1}{2})^{100-i} = 1 - \sum_{i=0}^{34} \binom{100}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^i (1-\frac{1}{2})^{100-i} = 1 - 0{,}0009 = 0{,}9991$$

Denne binomiske fordelinga inngår som en viktig del i de statistiske testene som går under fellesbetegnelsen forskjellstester. I praksis er det som regel ikke nødvendig å gjøre disse beregningene for hånd: mens vi tidligere kunne benytte statistiske tabeller som var gjengitt i de fleste lærebøkene i sensorikk, vil vi nå bruke regneark eller statistikkprogram.

Vedlegg 16d Noen statistiske begreper

I statistiske formler bruker vi vanligvis X til å symbolisere en måling eller et tall; har vi mange, kaller vi dem gjerne X1, X2, X3 opp til Xn, hvor n=antallet målinger som inngår, og hvor n kan være spesifisert hvis vi har en veldig konkret situasjon, eller n kan rett og slett bare stå for et generelt antall. Vil vi skrive summen av disse tallene, er det tungvint å skrive for eksempel summen av 1000 målinger som X1 + X2 + X3 + …og så videre opp til måling nr. 1000: X1000. Ved hjelp av summasjonssymbolet skriver vi bare

$$\sum_{i=1}^{1000} X_i$$

Et mye brukt (og misbrukt) begrep er ordet gjennomsnitt. Ofte brukes betegnelsen middelverdi, eller bare middel. Vanligvis snakker man da om det aritmetiske gjennomsnittet: summen av alle observasjonene dividert med antallet av dem. Formelen ser slik ut:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Middelverdien er en måte å beskrive sentraltendensen i et datasett på, et slags sammenfattende mål. En vanlig måte å sammenfatte et datasett hvor 12 dommere har bedømt et visst antall egenskaper for 8 sorter i 3 gjentak, vil være å bruke gjennomsnittet over både dommere og gjentak når vi på en enkel måte skal beskrive de 8 sortene. For hver egenskap og sort vil vi altså beregne gjennomsnittet over de 24 målingene som ligger bak (8 dommere × 3 gjentak).

Opptil flere varianter av gjennomsnittet finnes, her skal vi bare kort nevne medianen, som har en viss betydning innen de såkalt ikke-parametriske metodene – som i noen tilfeller baserer seg på rangeringer heller enn bedømmelser langs en skala. Medianen er den midterste målingen, det vil si den som er slik at halvparten er målingene er større enn medianen, den andre halvparten er mindre. Mens gjennomsnittet for tallene 3, 5, 6, 11, 1000 er 205, så er medianen 6. Siden sensoriske data er målt på en begrenset skala, vil vi aldri få så store forskjeller på gjennomsnittet og medianen i praksis. Medianen egner seg best på datasett som ikke er symmetriske og har store avvik i den ene eller andre retningen (lønninger: noen kan tjene millioner, men ingen kan tjene mindre enn 0.)

Ofte er det ikke tilstrekkelig å beskrive et datasett ved hjelp av bare middelverdien. Vel så interessant er det å vite noe om hvordan dataene ligger spredd rundt denne middelverdien. En måte å beskrive slik spredning på, er ved hjelp av varians (S2), eller standardavvik (S):

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$$

På grunn av praktiske årsaker som faren for avrundingsfeil og det ineffektive i først å beregne middelverdien og deretter danne differenser og kvadrere disse, benyttes i praksis andre formler hvis man ønsker å gjøre disse beregningene «for hånd». I programvare som beregner standardavviket (regneark, statistiske program, lommeregnere), brukes formler som gjør at det er tilstrekkelig å gjennomløpe datasettet en gang:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}X_i)^2\right)$$

For å bruke en slik formel er det tilstrekkelig å akkumulere

$$\sum X_i \text{ og } \sum X_i^2$$

Definisjonen av varians/standardavvik som et mål for spredning er intuitivt fornuftig. Det som inngår, er enkeltobservasjonenes avvik fra middelverdien:

$$X_i - \overline{X}$$

får vi et mål for spredningen i hele datamaterialet. Men hvis denne summen alene hadde vært brukt til å definere spredning, ville positive og negative avvik ha kunnet nøytralisere hverandre, og «spredningen» kunne blitt 0 selv om intuisjonen hadde sagt oss noe annet. Å se på tallverdier (ignorere minustegn) i stedet:

$$\sum_{i=1}^{n} |X_i - \overline{X}|$$

slik at en verdi på 3 enheter større enn middelverdien ville ha gitt samme bidraget til spredningen som en verdi 3 enheter mindre enn middelverdien, hadde opplagt vært en forbedring. Men å opphøye differensene i 2. potens er enda bedre: potenser er enklere å ha med å gjøre enn tallverdier når statistiske egenskaper skal utledes og bevises.

Derfor er det fornuftig å la

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$$

inngå i definisjonen. Men også denne definisjonen har en ulempe: hvis n er «stor», kan spredningen også bli «stor» selv om enkeltavvikene fra middelverdien er «små»: summen av mange små tall kan bli et stort tall! En mulig løsning på problemet er å se på gjennomsnittlig spredning, altså:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$$

At heller ikke denne definisjonen er helt perfekt er det vanskeligere å gi en elementær forklaring på. La oss heller bare akseptere at det av teoretiske statistiske årsaker er fornuftig å dividere med n-1 i stedet for med n. Dermed er vi tilbake til definisjonen tidligere i kapitlet.

Begrepene varians og standardavvik er egentlig likeverdige: variansen er standardavviket opphøyd i 2. potens (eller på en annen måte: standardavviket er kvadratrota av variansen). Standardavviket har den åpenbare fordelen at den måles i samme enhet som verdiene i datasettet.

Er det snakk om noen ulemper, må det være at det i formelen inngår et kvadratrottegn. (Et problem av rent teoretisk interesse er at vi ikke kan finne et forventningsrett estimat for standardavviket, men det kan vi for variansen.)